



## Dériver une exponentielle

### Enoncés des problèmes résolus dans cette vidéo :

#### Exercice 1

Dériver les expressions suivantes

- $e^{-x}$
- $e^{3x+5}$
- $e^{5x^2+7x+1}$
- $\frac{e^{3x+2}}{x^2-5}$

### Exercice complémentaire suivi de sa correction :

#### Exercice 2

Dériver les expressions suivantes puis simplifier, lorsque c'est possible, les résultats obtenus à l'aide des propriétés de l'exponentielle.

- $\frac{x^3-3}{e^{x-2}}$
  - $e^{e^{x^2+1}}$
  - $e^{6x^3+x^2-x+4}$
  - $\sqrt{e^{4x+2}}$
-



## Correction Exercice 2

- $\frac{x^3 - 3}{e^{x-2}}$

Ce quotient est du type  $\frac{u}{v}$  donc sa dérivée est du type  $\frac{u'v - uv'}{v^2}$ , avec

$$u = x^3 - 3 \quad \text{donc} \quad u' = 3x^2$$

$$v = e^{x-2} \quad \text{donc} \quad v' = 1 * e^{x-2} = e^{x-2}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{x^3 - 3}{e^{x-2}}\right)' &= \frac{3x^2 e^{x-2} - (x^3 - 3)e^{x-2}}{(e^{x-2})^2} = \frac{e^{x-2}(3x^2 - (x^3 - 3))}{e^{2x-4}} \\ &= e^{x-2-(2x-4)}(-x^3 + 3x^2 + 3) \text{ d'après les propriétés de l'exponentielle} \\ &= e^{-x+2}(-x^3 + 3x^2 + 3) \end{aligned}$$

Conclusion :  $\left(\frac{x^3 - 3}{e^{x-2}}\right)' = e^{-x+2}(-x^3 + 3x^2 + 3)$

- $e^{e^{x^2+1}}$

Cette expression est du type  $e^u$ , donc d'après le cours sa dérivée est du type  $u'e^u$

$$\text{Avec } u = e^{x^2+1} \quad \text{donc} \quad u' = 2xe^{x^2+1}$$

$$(e^{e^{x^2+1}})' = 2xe^{x^2+1}(e^{e^{x^2+1}}) = 2xe^{e^{x^2+1} + x^2 + 1}$$

Conclusion :  $(e^{e^{x^2+1}})' = 2xe^{e^{x^2+1} + x^2 + 1}$

- $e^{6x^3 + x^2 - x + 4}$

Cette expression est du type  $e^u$ , donc d'après le cours sa dérivée est du type  $u'e^u$

$$\text{Avec } u = 6x^3 + x^2 - x + 4 \quad \text{donc} \quad u' = 18x^2 + 2x - 1$$

Conclusion :  $(e^{6x^3 + x^2 - x + 4})' = (18x^2 + 2x - 1)e^{6x^3 + x^2 - x + 4}$

- $\sqrt{e^{4x+2}}$



Cette expression est du type  $\sqrt{u}$  et a une dérivée du type  $\frac{u'}{2\sqrt{u}}$

Avec  $u = e^{4x+2}$  et  $u' = 4e^{4x+2}$

$$(\sqrt{e^{4x+2}})' = \frac{4e^{4x+2}}{2\sqrt{e^{4x+2}}} = \frac{2e^{4x+2}}{(e^{4x+2})^{\frac{1}{2}}} = 2e^{4x+2 - \frac{1}{2}(4x+2)} = 2e^{2x+1}$$

Conclusion :  $(\sqrt{e^{4x+2}})' = 2e^{2x+1}$