



Suite 1

Somme des termes d'une suite arithmétique

Énoncé des problèmes résolus dans cette vidéo:

1. Calculer les deux sommes suivantes

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 = ?$$

$$6 + 10 + 14 + \dots + 46 + 50 = ?$$

Exercice complémentaire suivi de sa correction

2. Calculer les sommes suivantes:

a. $3 + 1 - 1 - 3 - 5 - 7 - 9 - 11 - 13 - 15 = ?$

b. $9 + 16 + 23 + 30 + 37 + 44 + 51 + 58 + 65 = ?$

c. $50 + 56 + 60 + 66 + 72 + 78 + 84 + 90 + 96 + 102 + 108 + 114 = ?$

d. $11 + 22 + 33 + \dots + 176 + 187 = ?$

e. $71 + 65 + 59 + \dots - 13 = ?$

Correction 2.

a.

On reconnaît la somme des termes d'une suite arithmétique de raison (-2), de premier terme 3 et de dernier terme (-15).

On compte 10 termes.

On applique la formule du cours :

$$3 + 1 - 1 - 3 - 5 - 7 - 9 - 11 - 13 - 15 = (3 + (-15)) \times \frac{10}{2} = -60$$



$$\text{Donc } 3 + 1 - 1 - 3 - 5 - 7 - 9 - 11 - 13 - 15 = -60$$

b.

La suite arithmétique est ici de raison 7, de premier terme 9, de dernier terme 65 et il y a 9 termes.

La formule du cours nous donne :

$$9 + 16 + 23 + 30 + 37 + 44 + 51 + 58 + 65 = (9+65) \times \frac{9}{2} = 333$$

$$\text{Donc } 9 + 16 + 23 + 30 + 37 + 44 + 51 + 58 + 65 = 333$$

c.

Il s'agit d'une suite arithmétique de raison 6, de premier terme 50 et dernier terme 114.

On compte 12 termes.

La formule du cours nous donne :

$$50 + 56 + 60 + 66 + 72 + 78 + 84 + 90 + 96 + 102 + 108 + 114 = (50 + 114) \times \frac{12}{2} = 934$$

$$\text{Donc nous avons } 50 + 56 + 60 + 66 + 72 + 78 + 84 + 90 + 96 + 102 + 108 + 114 = 934$$

$$\text{d. } 11 + 22 + 33 + \dots + 176 + 187 = ?$$

On reconnaît une suite arithmétique de raison 11, de terme initial $U_0 = 11$ et de dernier terme 187.

Cette fois-ci, nous ne connaissons pas le nombre de termes de la suite et allons devoir le calculer à l'aide de la formule explicite de la suite.

Appelons cette suite (U_n) . Nous avons :

$$U_n = 11 + n \times r \text{ où } r = 11$$

$$\text{Donc } U_n = 11 + 11n$$



On veut résoudre $11 + 11n = 187$. Ceci nous donne $n = \frac{187-11}{11} = 16$.

Il ya donc 17 termes sommés ici (ne pas oublier que la suite commence à U_0 !).

D'où la résolution du calcul à l'aide de la formule du cours :

$$11 + 22 + 33 + \dots + 176 + 187 = (11 + 187) \times \frac{17}{2} = 1683$$

D'où $11 + 22 + 33 + \dots + 176 + 187 = 1683$

e.

La suite arithmétique est de raison -6, de premier terme 71 et de dernier terme -13.

Il nous faut à nouveau calculer le nombre de termes à l'aide de la formule explicite de la suite que voici :

$U_n = 71 - 6n$ (puisque la suite est arithmétique)

On résout $71 - 6n = -13$. Ceci nous donne $n = \frac{-13-71}{-6} = 14$.

Il y a donc 15 termes sommés ici.

La formule du cours nous permet d'achever le calcul :

$$71 + 65 + 59 + \dots -13 = (71-13) \times \frac{15}{2} = 435$$

Donc $71 + 65 + 59 + \dots -13 = 435$