Suite 1

Définir une suite

Enoncé des problèmes résolus dans cette vidéo:

1. Pour les nombres ci-dessous, déterminer les termes suivants puis en proposer une définition par récurrence ou explicite.

2	6	18	54	?	?
1	1/2	1/3	1/4	?	?
4	9	16	25	?	?
$\sqrt{2}$	2	4	16	?	?

2. De même pour les deux suites qui suivent, mais vous en donnerez cette fois une définition par récurrence et une définition explicite.

5	8	11	14	?	?
3	6	12	24	?	?

Exercices complémentaires suivis de leur correction

3. Consignes identiques à celle de l'exercice 1.

a.	2	13	24	35	?	?
b.	3	-1	1/3	-1/9	?	?
c.	0	2	6	12	?	?
d.	1	8	27	64	?	?

4. Consignes identiques à celles de l'exercice 2.

a. 7 14 28 56 ? ?

b. 1 -4 -9 -14 ? ?

Correction 3.

3.a.

Nous observons que pour passer d'un terme à un autre, il faut ajouter 11.

Ceci nous donne le terme après 35, 46 :

+ 11 + 11 + 11 + 11 ... + 11

2	13	24	35	46	Un	Un+1
0	1	2	3	4	n	n+1

Ainsi nous avons la définition par récurrence de (U_n) :

$$\begin{cases} U_{n+1} = U_n + 11 \\ \text{Avec } U_0 = 2 \end{cases}$$

3.b .

Nous observons que pour passer d'un terme à un autre, il faut multiplier le précédent par $-\frac{1}{3}$.

Ceci nous donne $U_4 = U_3 x(-\frac{1}{3}) = (-\frac{1}{9})x(-\frac{1}{3}) = \frac{1}{27}$

$x-\frac{1}{3}$ $x-\frac{1}{3}$ $x-\frac{1}{3}$ $x-\frac{1}{3}$ ... $x-\frac{1}{3}$

3	-1	0.33333333	-0.11111111	0.03703704	Un	Un+1
0	1	2	3	4	n	n+1

Ainsi nous avons la définition par récurrence de (U_n) :

$$\begin{cases} U_{n+1} = U_n \times \left(-\frac{1}{3}\right) \\ \text{Avec } U_0 = 3 \end{cases}$$

3.c.

Lorsque nous observons la suite, aucune opération simple ne s'impose pour passer d'un terme à un autre. Nous allons donc chercher une formule explicite.

Si l'on exprime chaque terme de la façon suivante

U_0 = 0 = **0**x1

U_1 = 2 = **1**x2

U_2 = 6 = **2**x3 etc.

On voit apparaître un lien entre indice et terme.

n x (n+1)

0	2	6	12	20	Un	Un+1
0	1	2	3	4	n	n+1

Ainsi nous avons la définition explicite de (U_n) :

$U_n = n \times (n+1)$

3.d.

De même qu'en 3.c. il ne semble pas qu'il y ait d'opération permettant de passer systématiquement d'un terme à un autre.

Nous allons donc à nouveau exprimer tous les premiers termes pour tenter de voir apparaître une formule générale :

$U_1 = \mathbf{1}$

$U_2 = 8 = \mathbf{2}x\mathbf{2}x\mathbf{2}$

$U_3 = 27 = \mathbf{3}x\mathbf{3}x\mathbf{3}$ etc.

Nous voyons ainsi apparaître ce qui suit :

n^3

1	8	27	64	125	Un	Un+1
1	2	3	4	5	n	n+1

Ainsi nous avons la définition explicite de (U_n) :

Pour tout $n \geq 1$, $U_n = n^3$

Correction 4. :

4.a.

Nous observons que pour passer d'un terme à un autre, il faut multiplier le précédent par 2.

Ceci nous donne $U_4 = U_3 \times 2 = 56 \times 2 = 112$

X 2 X 2 X 2 X 2 … X 2

7	14	28	56	112	Un	Un+1
0	1	2	3	4	n	n+1

Ainsi nous avons la définition par récurrence de (U_n) :

$$\begin{cases} U_{n+1} = U_n \text{x} 2 \\ \text{Avec } U_0 = 7 \end{cases}$$

Pour obtenir la définition explicite de $U_{n,}$ nous exprimons chacun des premiers termes de la suite en fonction de U_0 afin de voir apparaître une formule générale, comme suit :

$U_0 = 7$

$U_1 = 7\text{x}2$

$U_2 = 7\text{x}2\text{x}2$

$U_3 = 7\text{x}2\text{x}2\text{x}2$

$U_4 = 7\text{x}2\text{x}2\text{x}2\text{x}2 = 7\text{x}2^4$ etc.

$U_{10} = 7\text{x}2^{10}$

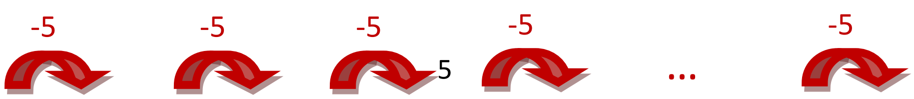
Ainsi, la définition explicite de la suite (U_n) est :

Pour tout n entier naturel, $U_n = 7\text{x}2^n$

4.b.

Nous observons que pour passer d'un terme à un autre, il faut retirer 5.

Ceci nous donne $U_4 = U_3 - 5 = -19$.



1	-4	-9	-14	-19	Un	Un+1
0	1	2	3	4	n	n+1

Ainsi nous avons la définition par récurrence de (U_n) :

$$\begin{cases} U_{n+1} = U_n - 5 \\ \text{Avec } U_0 = 1 \end{cases}$$

De même, pour obtenir la définition explicite de U_n, nous exprimons chacun des premiers termes de la suite en fonction de U_0 afin de faire apparaître la formule explicite.

$U_{\mathbf{0}} = 1$

$U_{\mathbf{1}} = 1 - 5$

$U_{\mathbf{2}} = 1 - 5 - 5$

$U_{\mathbf{3}} = 1 - 5 - 5 - 5$

$U_{\mathbf{4}} = 1 - 5 - 5 - 5 - 5 = 1 - \mathbf{4} \times 5$ etc.

$U_{\mathbf{10}} = 1 - \mathbf{10} \times 5$

Ainsi, la définition explicite de la suite (U_n) est :

Pour tout n entier naturel, $U_n = 1 - n \times 5$